

Trigonometria - Reduções ao 1º Quadrante

Grupo I - Cálculo de Valores Exatos

1. Calcula o valor exato de cada uma das seguintes expressões, recorrendo, se necessário, à redução ao primeiro quadrante e à determinação do ângulo côngruo de menor amplitude positiva.

- a) $E_{1.1} = \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) - \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \tan\left(\frac{5\pi}{4}\right)$
- b) $E_{1.2} = \cos\left(\frac{11\pi}{4}\right) + 3\sin\left(\frac{10\pi}{3}\right) - \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right)$
- c) $E_{1.3} = 2\cos(3\pi) - \sin\left(\frac{5\pi}{2}\right) + 4\tan(0) - \cos(4\pi)$
- d) $E_{1.4} = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \cos(5\pi) - \tan\left(\frac{7\pi}{4}\right)$
- e) $E_{1.5} = \tan\left(\frac{17\pi}{6}\right) - 2\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + 3\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)$
- f) $E_{1.6} = \cos\left(\frac{13\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) - 2\tan\left(\frac{13\pi}{3}\right)$
- g) $E_{1.7} = \frac{\sin\left(\frac{11\pi}{3}\right)}{\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)} + \tan\left(\frac{9\pi}{4}\right)$
- h) $E_{1.8} = \sin^2\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \cos^2\left(\frac{5\pi}{4}\right) + \tan\left(\frac{19\pi}{4}\right)$
- i) $E_{1.9} = \sin\left(\frac{25\pi}{6}\right) - \cos\left(-\frac{19\pi}{6}\right) + \tan\left(\frac{7\pi}{3}\right)$
- j) $E_{1.10} = \cos\left(\frac{2021\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{2023\pi}{2}\right)$

Grupo II - Simplificação de Expressões Trigonométricas

2. Simplifica cada uma das expressões seguintes, usando as fórmulas de redução ao primeiro quadrante.

- a) $E_{2.1} = \sin(\pi + x) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - \tan(\pi - x) \cdot \cos(x - 2\pi)$
- b) $E_{2.2} = 2\cos(3\pi - \alpha) - 3\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \tan(2\pi + \alpha)$
- c) $E_{2.3} = \cos(-\alpha) + \sin(3\pi + \alpha) - 2\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) - \cos(5\pi - \alpha)$
- d) $E_{2.4} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cos(\pi + x)}{\tan(-x) \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)}$
- e) $E_{2.5} = \cos^2(x + \pi) + \sin^2(\pi - x) + \tan(x + 2\pi)$
- f) $E_{2.6} = \sin(x - 5\pi) - \frac{1}{2}\cos\left(x - \frac{5\pi}{2}\right) + \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \sin(x - \pi)$
- g) $E_{2.7} = \cos(\pi + x) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin(2\pi - x)$
- h) $E_{2.8} = \frac{1}{\cos(5\pi - x)} - \frac{1}{\cos(x + 3\pi)}$

Grupo III - Aplicação de Fórmulas e Condições

3. Determina o valor da expressão $A = 5 \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + 12 \tan(x - \pi)$, sabendo que $x \in]\frac{\pi}{2}, \pi[$ e $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\frac{12}{13}$.

4. Considera a expressão $B(\alpha) = 4 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \cos(\pi - \alpha) + 2 \tan(\pi + \alpha)$.

4.1. Mostra que $B(\alpha) = -4 \cos^2(\alpha) + 2 \tan(\alpha)$.

4.2. Sabendo que $\alpha \in]\frac{3\pi}{2}, 2\pi[$ e $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{1}{3}$, calcula o valor exato de $B(\alpha)$.

5. Considera a expressão $C(\theta) = \frac{2 \sin(2\pi - \theta) + \cos(\pi + \theta)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)}$.

5.1. Simplifica a expressão $C(\theta)$ e mostra que $C(\theta) = 2 \tan(\theta) + 1$.

5.2. Determina o valor de $C(\theta)$, sabendo que $\theta \in]\pi, \frac{3\pi}{2}[$ e $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = -\frac{3}{5}$.

Grupo IV - Domínio e Condições

6. Determina os valores do parâmetro real k para os quais é possível cada uma das seguintes condições.

6.1. $\sin(x) = k^2 - 1$, com $x \in]\pi, 2\pi[$

6.2. $\cos(x) = \frac{3k-1}{2}$, com $x \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$

6.3. $\tan(x) = \frac{k}{k+1}$, com $x \in [\frac{3\pi}{4}, \pi]$

SOLUÇÕES DA FICHA DE TRABALHO

Grupo I - Cálculo de Valores Exatos

$$1.1.E_{1.1} = 1$$

$$1.3.E_{1.3} = -4$$

$$1.5.E_{1.5} = -\frac{\sqrt{3}+6}{3}$$

$$1.7.E_{1.7} = 0$$

$$1.9.E_{1.9} = \frac{1+3\sqrt{3}}{2}$$

$$1.2.E_{1.2} = -\frac{3\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{6}$$

$$1.4.E_{1.4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$1.6.E_{1.6} = \frac{1-3\sqrt{3}}{2}$$

$$1.8.E_{1.8} = 0$$

$$1.10.E_{1.10} = -\frac{\sqrt{2}+2}{2}$$

Grupo II - Simplificação de Expressões Trigonométricas

$$2.1.E_{2.1} = -\sin(x)$$

$$2.3.E_{2.3} = 2\cos(\alpha) - 3\sin(\alpha)$$

$$2.5.E_{2.5} = 1 + \tan(x)$$

$$2.7.E_{2.7} = \frac{1-2\sin^2(x)}{\sin(x)}$$

$$2.2.E_{2.2} = -5\cos(\alpha) + \tan(\alpha)$$

$$2.4.E_{2.4} = -\frac{\cos^2(x)}{\sin(x)}$$

$$2.6.E_{2.6} = -\frac{3}{2}\sin(x) - \cos(x)$$

$$2.8.E_{2.8} = 0$$

Grupo III - Aplicação de Fórmulas e Condições

3. Valor da expressão A :

$$A = -\frac{90}{13}$$

4. Expressão $B(\alpha)$:

4.1. Demonstração: $B(\alpha) = -4\cos^2(\alpha) + 2\tan(\alpha)$

4.2. Valor de $B(\alpha)$:

$$B(\alpha) = -\frac{64 + 9\sqrt{2}}{18}$$

5. Expressão $C(\theta)$:

5.1. Demonstração: $C(\theta) = 2\tan(\theta) + 1$

5.2. Valor de $C(\theta)$:

$$C(\theta) = \frac{11}{3}$$



Grupo IV - Domínio e Condições

6.1. $k \in]-1, 1[$

6.2. $k \in \left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$

6.3. $k \in \left[-\frac{1}{2}, 0\right]$